

# 临近空间高超声速跳跃式滑翔目标跟踪模型

李 凡<sup>1</sup>,熊家军<sup>2</sup>,李冰洋<sup>3</sup>,兰旭辉<sup>2</sup>,喻晨龙<sup>1</sup>,叶泽浩<sup>1</sup>

(1. 空军预警学院研究生大队,湖北武汉 430019;2. 空军预警学院四系,湖北武汉 430019;  
3. 武汉船舶职业技术学院机械工程学院,湖北武汉 430050)

**摘 要:** 针对临近空间高超声速跳跃式滑翔目标跟踪问题,在分析目标运动特性的基础上提出了一种二阶时间相关的新型机动跟踪模型,该模型的核心是将加速度作为具有衰减振荡自相关的零均值随机过程,并据此构建了跟踪临近空间高超声速跳跃式滑翔目标的状态方程;为进一步分析模型的运动适应性,结合卡尔曼滤波算法推导了模型的系统动态误差稳态值,从模型参数取值的角度探讨了模型的适应性问题;为提高模型参数设计的合理性,分析了模型中两个参数的对应关系,并给出了参数设计的大致参考区间.理论分析表明,模型具备周期性 with 衰减性的统一,在短时间内主要表现为周期性,在长时间内主要表现为指数衰减性,这一特性提高了对临近空间高超声速跳跃式滑翔运动描述的合理性,此外,该模型跟踪临近空间高超声速跳跃式滑翔目标时的参数理论取值具有较低的系统动态误差稳态值.仿真实验表明与已有的临近空间高超声速目标单噪声机动模型相比,该模型具有较高的跟踪精度;并通过比较不同参数下的仿真结果一定程度说明了参数取值方法的合理性.

**关键词:** 临近空间;高超声速飞行器;目标跟踪;机动模型;卡尔曼滤波;系统动态误差

**中图分类号:** TN957 **文献标识码:** A **文章编号:** 0372-2112 (2018)09-2212-010

**电子学报 URL:** <http://www.ejournal.org.cn> **DOI:** 10.3969/j.issn.0372-2112.2018.09.024

## A Tracking Model for Near Space Hypersonic Jumping Gliding Target

LI Fan<sup>1</sup>, XIONG Jia-jun<sup>2</sup>, LI Bing-yang<sup>3</sup>, LAN Xu-hui<sup>3</sup>, YU Chen-long<sup>1</sup>, YE Ze-hao<sup>1</sup>

(1. Department of Graduate of Air Force Early Warning Academy, Wuhan, Hubei 430019, China;

2. Fourth Department of Air Force Early Warning Academy, Wuhan, Hubei 430019, China;

3. College of Mechanical Engineering, Wuhan Vocation Institute of Shipping Technology, Wuhan, Hubei 430050, China)

**Abstract:** To improve the tracking accuracy of hypersonic jumping gliding target in near space, a new type of maneuvering tracking model with second order time correlation is put forward based on the characteristic analysis of near space hypersonic vehicle target motion, the key of the model is to model target's acceleration as a zero mean random process with attenuation oscillation autocorrelation, and the state equation of tracking the near space hypersonic jumping gliding target is built; in order to further analyze the adaptability of the model, the system dynamic error steady state value of the model is deduced by combining the Kalman filtering algorithm, and the adaptability of the model is discussed from the point of the model parameters; then the relationship between the two parameters in the model is analyzed to improve the rationality of the model parameters, and the approximate reference interval of the parameters are given. The theoretical analysis shows that the model has the unity of periodicity and attenuation, which is mainly expressed as periodic in a short time, and mainly expressed as exponential decay in a long time, these feature improves the rationality of the description of the motion of near space hypersonic jumping gliding target, in addition, the model has a low system dynamic error steady state value when the theoretical value of the model parameters in tracking the near space hypersonic jumping gliding target are obtained. Simulation results show that the model has a higher tracking accuracy when compared with the existing single noise maneuvering model of the near space hypersonic target; and the rationality of the method of parameterization is explained by comparing the simulation results under different parameters.

**Key words:** near space; hypersonic vehicle; target tracking; maneuvering model; Kalman filtering; system dynamic error

## 1 引言

临近空间高超声速飞行器(Near Space Hypersonic Vehicle, NSHV)是一种集通信保障、情报收集、电子干扰、快速打击等功能于一体的新型武器<sup>[1]</sup>,其具备的高速、高机动等性能必将改变未来作战样式,随着 NSHV 多次关键技术验证及试飞成功,对这类非常规目标的探测跟踪提出了新的需求,因此,对 NSHV 目标的探测跟踪技术研究具有深远的意义。

NSHV 目标跟踪实际上是一个黑箱系统的描述问题,基于黑箱的一般规律建立系统模型,并通过最新量测信息滤波修正系统预测,其中系统模型决定预测的趋势与走向,滤波算法校正预测的局部噪声误差<sup>[2]</sup>,因此,建立合理的系统模型是 NSHV 目标跟踪的首要条件. 现有的系统模型建立大致分为两条线路,一是基于弹道方程表征的动力学模型<sup>[3]</sup>,该方法优点是系统匹配程度高,缺点是先验信息较多,模型的适应性较差. 二是基于随机过程分布描述的运动模型,按照随机过程的先验假设不同统计模型分为零均值白噪声模型、有色噪声模型以及混合噪声多模型<sup>[4-6]</sup>. 零均值白噪声模型采用白噪声随机微动描述目标机动,主要包括匀速(Constant velocity, CV)、匀加速(Constant Acceleration, CA)以及协同转弯模型(Coordinate Turn, CT),具有模型结构简单、计算量小的优点,缺点为不适应复杂运动及强机动运动;有色噪声模型认为机动存在一定相关性,主要包括指数相关建模的 Singer、“当前”统计模型(Current Statistical, CS)、Jerk、一阶时间相关转弯模型(Singer Coordinate Turn, SCT)<sup>[7]</sup>及正弦相关建模的(Sine Wave model, SW)模型<sup>[8-10]</sup>,其优点在于模型具有一定的自适应性,缺点在于受先验随机过程假设影响较大;混合噪声的多模型使用多个噪声模型表征复杂运动模型,优点在于具有较强的机动适应性,缺点在于噪声模型选取及模型交互参数设置较为困难. 由此可见,单噪声模型是构建合理统计模型的基础。

本文首先从 NSHV 运动特性入手分析了 NSHV 加速度的一般规律,将其抽象为 NSHV 机动加速度的相关性,认为 NSHV 机动加速度既具备周期性又具备衰减性,因此,提出使用衰减振荡自相关的随机过程对 NSHV 加速度进行机动建模(Damped Oscillation model, DO),在此基础上通过白化滤波器求解得到状态转移矩阵、过程噪声矩阵. 为分析模型周期性与衰减性假设对模型适应性的影响,结合滤波算法推导了模型的系统动态误差稳态值,探讨了该模型的系统适应性问题并给出了合理的参数取值范围,说明了该模型跟踪 NSHV 目标的合理性,最后进行了一系列的仿真验证。

## 2 NSHV 跟踪模型

### 2.1 NSHV 机动特性分析

NSHV 弹道与常规弹道迥异,滑翔弹道总体上可分为平衡滑翔和跳跃式滑翔两大类,其中平衡滑翔机动强度相对较小,跳跃式滑翔 NSHV 跟踪难度更大,在此约定本文所讨论的 NSHV 均指跳跃式 NSHV 目标. 其最明显的特征为“打水漂”式跳跃巡航,其飞行轨迹如图 1 所示。

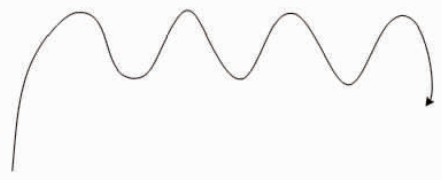


图1 NSHV跳跃式滑翔弹道

众所周知,跳跃巡航是 NSHV 区别于一般弹道导弹的明显特征之一,通过这一方式机动能有效借助地球曲率遮挡雷达探测跟踪,常规机动模型难以适用于这一类型机动. NSHV 巡航弹道近似沿一中线摆动运动,其弹道具有类周期性,同理相隔整数个周期时目标加速度、角加速度等存在类似的周期性. 此外,假定在飞行过程中发动机的推力恒定,飞行过程中燃料消耗会使机体重量减轻,因此,间隔整数个周期的目标状态呈强相关,但间隔周期数越多其相关性越弱,这一特性符合目标机动相关衰减性。

### 2.2 DO 模型构建

机动模型构建关键在于机动特性的分布假设,根据上述 NSHV 加速度相关性特点可知,NSHV 目标加速度相关性应具备周期性与衰减性. 即目标加速度  $a(t)$  强相关于  $a(t + \Delta T_c)$ , 其中  $\Delta T_c$  为机动周期;设相关函数为  $R_a(\tau)$ , 则  $R_a(n\Delta T) \propto \frac{1}{n}$ , 相关性随周期增加而减小。

根据 NSHV 加速度的相关性质,假设加速度作为二阶时间自相关的零均值随机过程建模,其相关函数为衰减振荡函数:

$$R_a(\tau) = \sigma_a^2 e^{-\alpha|\tau|} \cos(\beta\tau) \quad (1)$$

其中  $\sigma_a^2$  为加速度方差,  $\alpha \geq 0$  为最大相关衰减量,  $\beta = \frac{2\pi}{\Delta T_c} \geq 0$  为机动振荡频率,  $\Delta T_c$  为振荡周期,  $\tau$  为时间差.  $\tau$  较小时  $R_a(\tau)$  主要表现为周期性,  $\tau$  较大时主要表现为指数衰减性. 当  $\tau$  取极限值时, 则有:

$$\begin{cases} \lim_{\tau \rightarrow 0} R_a(\tau) = \max[R_a(\tau)] \\ \lim_{\tau \rightarrow +\infty} R_a(\tau) = 0 \end{cases} \quad (2)$$

式(2)符合加速度相关的一般常识. 当  $\alpha, \beta$  取极限值时, 则有:

$$\begin{cases} \lim_{\alpha \rightarrow 0} R_a(\tau) = \lim_{\alpha \rightarrow 0} e^{-\alpha|\tau|} \cos(\beta\tau) = \sigma_a^2 \cos(\beta\tau) \\ \lim_{\beta \rightarrow 0} R_a(\tau) = \lim_{\beta \rightarrow 0} e^{-\alpha|\tau|} \cos(\beta\tau) = \sigma_a^2 e^{-\alpha|\tau|} \end{cases} \quad (3)$$

当  $\alpha$  趋近 0 时, DO 模型表现为完全的周期性, 即 SW 模型; 当  $\beta$  趋近 0 时, 表现为衰减性, 即 Singer 模型. 可知 DO 模型实现了周期性 with 衰减性的统一.

### 2.3 NSHV 跟踪模型状态方程

#### 2.3.1 连续时间状态方程

DO 模型假设加速度为有色噪声, 但在卡尔曼滤波过程中需要一个白噪声输入. 相关函数  $R_a(\tau) = \sigma_a^2 e^{-\alpha|\tau|} \cos(\beta\tau)$  的谱密度为:

$$S(w) = \frac{\sigma_a^2}{2} \left\{ \left[ \frac{1}{\alpha - (\beta - w)j} + \frac{1}{\alpha + (\beta + w)j} \right] + \left[ \frac{1}{\alpha + (\beta - w)j} + \frac{1}{\alpha - (\beta + w)j} \right] \right\} \quad (4)$$

其中  $w$  为角速率, 令  $G(w) = [\alpha - (\beta - w)j][\alpha + (\beta + w)j]$ , 则有:

$$\begin{aligned} S(w) &= 2\alpha\sigma_a^2 \frac{(\sqrt{\alpha^2 + \beta^2} + wj)(\sqrt{\alpha^2 + \beta^2} - wj)}{G(w)G(-w)} \\ &= W(wj)H(wj)H(-wj) \end{aligned} \quad (5)$$

其中  $W(wj)$  为白噪声的傅里叶变换. 则机动加速度  $a(t)$  的微分方程为:

$$\ddot{a}(t) + 2\alpha\dot{a}(t) + (\alpha^2 + \beta^2)a(t) = \dot{\omega}(t) + \sqrt{\alpha^2 + \beta^2}\omega(t) \quad (6)$$

其中  $\omega(t)$  是均值为零, 方差为  $2\alpha\sigma_a^2$  的高斯白噪声. 其状态方程为:

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} x(t) \\ \dot{x}(t) \\ a(t) \\ \dot{a}(t) \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -(\alpha^2 + \beta^2) & -2\alpha \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x(t) \\ \dot{x}(t) \\ a(t) \\ \dot{a}(t) \end{bmatrix} \\ &+ \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ \sqrt{\alpha^2 + \beta^2} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \omega(t) \\ \dot{\omega}(t) \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (7)$$

则状态方程可改写为:

$$\dot{X}(t) = AX(t) + B\omega(t) \quad (8)$$

#### 2.3.2 离散时间状态方程

对式(8)进行离散化, 设采样间隔为  $T$ , 则有:

$$X(k+1) = F(T, \alpha, \beta)X(k) + W(k) \quad (9)$$

其中  $X(k+1)$  为  $k+1$  时刻目标状态向量包括位置、速度、加速度、加加速度,  $F(T, \alpha, \beta)$  为状态转移矩阵,  $W(k)$  为过程噪声, 其协方差为  $Q(k) = E[W(k)W^T(k)]$ .

(1) 状态转移矩阵求解

通过矩阵多项式求解  $F(T, \alpha, \beta)$  等价的离散时间矩阵, 令  $F(T, \alpha, \beta) = e^{AT}$ , 则有:

$$F(T, \alpha, \beta) = \begin{bmatrix} 1 & T & f_1(T) & f_2(T) \\ 0 & 1 & f_3(T) & f_4(T) \\ 0 & 0 & f_5(T) & f_6(T) \\ 0 & 0 & f_7(T) & f_8(T) \end{bmatrix} \quad (10)$$

其中

$$\begin{cases} f_1(T) = a_2(T) \\ f_2(T) = a_3(T) \\ f_3(T) = T - (\alpha^2 + \beta^2)a_3(T) \\ f_4(T) = a_2(T) - 2\alpha a_3(T) \\ f_5(T) = 1 - (\alpha^2 + \beta^2)a_2(T) + 2\alpha(\alpha^2 + \beta^2)a_3(T) \\ f_6(T) = T - 2\alpha a_2(T) + (3\alpha^2 - \beta^2)a_3(T) \\ f_7(T) = -(\alpha^2 + \beta^2)T + 2\alpha(\alpha^2 + \beta^2)a_2(T) \\ \quad - (\alpha^2 + \beta^2)(3\alpha^2 - \beta^2)a_3(T) \\ f_8(T) = 1 - 2\alpha T + (3\alpha^2 - \beta^2)a_2(T) \\ \quad - 4\alpha(\alpha^2 - \beta^2)a_3(T) \end{cases} \quad (11)$$

(2) 过程噪声协方差矩阵求解

$$W(k) = \int_{kT}^{(k+1)T} e^{A((k+1)T-\tau)} B\omega(\tau) d\tau$$

$$= \int_{kT}^{(k+1)T} \begin{bmatrix} \sqrt{\alpha^2 + \beta^2}f_2(\tau) & f_2(\tau) \\ \sqrt{\alpha^2 + \beta^2}f_4(\tau) & f_4(\tau) \\ \sqrt{\alpha^2 + \beta^2}f_6(\tau) & f_6(\tau) \\ \sqrt{\alpha^2 + \beta^2}f_8(\tau) & f_8(\tau) \end{bmatrix} \omega(\tau) d\tau \quad (12)$$

$$Q(k) = E(W(k)W^T(k)) \quad (13)$$

其中令  $x = (k+1)T - \tau$ , 则过程噪声协方差为:

$$Q(k) = 2\alpha\sigma_a^2(\alpha^2 + \beta^2 + 1) \begin{bmatrix} q_{11} & q_{12} & q_{13} & q_{14} \\ q_{21} & q_{22} & q_{23} & q_{24} \\ q_{31} & q_{32} & q_{33} & q_{34} \\ q_{41} & q_{42} & q_{43} & q_{44} \end{bmatrix} \quad (14)$$

$$\begin{aligned} q_{11} &= \frac{1}{\beta^2(\alpha^2 + \beta^2)^4} \left\{ \frac{-5\alpha^4\beta + 10\alpha^2\beta^3 - \beta^5}{(2\alpha)^2 + (2\beta)^2} \right. \\ &\quad \cdot e^{-2\alpha T} \sin 2\beta T - \frac{-\alpha^5 + 10\alpha^3\beta^2 - 5\alpha\beta^4}{(2\alpha)^2 + (2\beta)^2} \\ &\quad \cdot e^{-2\alpha T} \cos 2\beta T + (-2\alpha^3\beta + 6\alpha\beta^3)Te^{-\alpha T} \sin \beta T \\ &\quad - (6\alpha^2\beta^2 - 2\beta^4)Te^{-\alpha T} \cos \beta T + \frac{2\alpha^4\beta - 2\beta^5}{\alpha^2 + \beta^2}e^{-\alpha T} \sin \beta T \\ &\quad + \frac{4\alpha^3\beta^2 + 4\alpha\beta^4}{\alpha^2 + \beta^2}e^{-\alpha T} \cos \beta T - \frac{(\alpha^2 + \beta^2)^2}{4\alpha}e^{-2\alpha T} \\ &\quad \left. + \frac{\beta^2(\alpha^2 + \beta^2)^2}{3}T^3 + \frac{-4\alpha\beta^2(\alpha^2 + \beta^2)}{2}T^2 + 4\alpha^2\beta^2T \right\} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + \frac{(\alpha^2 + \beta^2)^2}{4\alpha} + \frac{-\alpha^5 - 6\alpha^3\beta^2 - 21\alpha\beta^4}{(2\alpha)^2 + (2\beta)^2} \} \\
q_{22} = & \frac{1}{\beta^2(\alpha^2 + \beta^2)^4} \left\{ \frac{-3\alpha^6\beta - 5\alpha^4\beta^3 - \alpha^2\beta^5 + \beta^7}{(2\alpha)^2 + (2\beta)^2} \right. \\
& \cdot e^{-2\alpha T} \sin 2\beta T + \frac{\alpha^7 - \alpha^5\beta^2 - 5\alpha^3\beta^4 - 3\alpha\beta^6}{(2\alpha)^2 + (2\beta)^2} e^{-2\alpha T} \cos 2\beta T \\
& + \frac{2\alpha^8\beta + 4\alpha^6\beta^3 - 4\alpha^2\beta^7 - 2\beta^9}{(\alpha^2 + \beta^2)^2} e^{-\alpha T} \sin \beta T \\
& + \frac{4\alpha^7\beta^2 + 12\alpha^5\beta^4 + 12\alpha^3\beta^6 + 4\alpha\beta^8}{(\alpha^2 + \beta^2)^2} e^{-\alpha T} \cos \beta T \\
& + \frac{-\alpha^6 - 3\alpha^4\beta^2 - 3\alpha^2\beta^4 - \beta^6}{4\alpha} e^{-2\alpha T} \\
& + (\alpha^4\beta^2 + 2\alpha^2\beta^4 + \beta^6) T \\
& + \frac{-\alpha^9 - 16\alpha^7\beta^2 - 42\alpha^5\beta^4 - 40\alpha^3\beta^6 - 13\alpha\beta^8}{4(\alpha^2 + \beta^2)^2} \\
& \left. + \frac{\alpha^6 + 3\alpha^4\beta^2 + 3\alpha^2\beta^4 + \beta^6}{4\alpha} \right\} \\
q_{33} = & \frac{1}{\beta^2(\alpha^2 + \beta^2)^4} \left\{ \frac{-\alpha^8\beta - 4\alpha^6\beta^3 - 6\alpha^4\beta^5 - 4\alpha^2\beta^7 - \beta^9}{(2\alpha)^2 + (2\beta)^2} \right. \\
& \cdot e^{-2\alpha T} \sin 2\beta T + \frac{\alpha^9 + 4\alpha^7\beta^2 + 6\alpha^5\beta^4 + 4\alpha^3\beta^6 + \alpha\beta^8}{(2\alpha)^2 + (2\beta)^2} \\
& \cdot e^{-2\alpha T} \cos 2\beta T + \frac{-\alpha^8 - 4\alpha^6\beta^2 - 6\alpha^4\beta^4 - 4\alpha^2\beta^6 - \beta^8}{4\alpha} e^{-2\alpha T} \\
& + \frac{-\alpha^{11} - 5\alpha^9\beta^2 - 10\alpha^7\beta^4 - 10\alpha^5\beta^6 - 5\alpha^3\beta^8 - \alpha\beta^{10}}{4(\alpha^2 + \beta^2)^2} \\
& \left. + \frac{\alpha^8 + 4\alpha^6\beta^2 + 6\alpha^4\beta^4 + 4\alpha^2\beta^6 + \beta^8}{4\alpha} \right\} \\
q_{12} = & \frac{1}{\beta^2(\alpha^2 + \beta^2)^4} \left\{ \frac{4\alpha^5\beta - 4\alpha\beta^5}{(2\alpha)^2 + (2\beta)^2} e^{-2\alpha T} \sin 2\beta T \right. \\
& + \frac{-\alpha^6 + 5\alpha^4\beta^2 + 5\alpha^2\beta^4 - \beta^6}{(2\alpha)^2 + (2\beta)^2} e^{-2\alpha T} \cos 2\beta T \\
& + \frac{\alpha^6\beta + \alpha^4\beta^3 - \alpha^2\beta^5 - \beta^7}{\alpha^2 + \beta^2} T e^{-\alpha T} \sin \beta T \\
& + \frac{2\alpha^5\beta^2 + 4\alpha^3\beta^4 + 2\alpha\beta^6}{\alpha^2 + \beta^2} T e^{-\alpha T} \cos \beta T \\
& + \frac{-2\alpha^7\beta - 2\alpha^5\beta^3 + 2\alpha^3\beta^5 + 2\alpha\beta^7}{(\alpha^2 + \beta^2)^2} e^{-\alpha T} \sin \beta T \\
& + \frac{-4\alpha^6\beta^2 - 8\alpha^4\beta^4 - 4\alpha^2\beta^6}{(\alpha^2 + \beta^2)^2} e^{-\alpha T} \cos \beta T \\
& + \frac{\alpha^5 + 2\alpha^3\beta^2 + \alpha\beta^4}{4\alpha} e^{-2\alpha T} + \frac{\alpha^4\beta^2 + 2\alpha^2\beta^4 + \beta^6}{2} T^2 \\
& + (-2\alpha^3\beta^2 - 2\alpha\beta^4) T - \frac{\alpha^5 + 2\alpha^3\beta^2 + \alpha\beta^4}{4\alpha} \\
& \left. + \frac{\alpha^8 + 12\alpha^6\beta^2 + 22\alpha^4\beta^4 + 12\alpha^2\beta^6 + \beta^8}{4(\alpha^2 + \beta^2)^2} \right\} \\
q_{13} = & \frac{1}{\beta^2(\alpha^2 + \beta^2)^4} \left\{ \frac{3\alpha^6\beta - 5\alpha^4\beta^3 - \alpha^2\beta^5 + \beta^7}{(2\alpha)^2 + (2\beta)^2} \right. \\
& \cdot e^{-2\alpha T} \sin 2\beta T + \frac{\alpha^7 - \alpha^5\beta^2 - 5\alpha^3\beta^4 - 3\alpha\beta^6}{(2\alpha)^2 + (2\beta)^2} e^{-2\alpha T} \cos 2\beta T \\
& + \frac{-\alpha^7\beta - 3\alpha^5\beta^3 - 3\alpha^3\beta^5 - \alpha\beta^7}{\alpha^2 + \beta^2} T e^{-\alpha T} \sin \beta T \\
& + \frac{-\alpha^6\beta^2 - 3\alpha^4\beta^4 - 3\alpha^2\beta^6 - \beta^8}{\alpha^2 + \beta^2} T e^{-\alpha T} \cos \beta T \\
& + \frac{\alpha^8\beta + 4\alpha^6\beta^3 + 6\alpha^4\beta^5 + 4\alpha^2\beta^7 + \beta^9}{(\alpha^2 + \beta^2)^2} e^{-\alpha T} \sin \beta T \\
& + \frac{-\alpha^6 - \alpha^4\beta^2 + \alpha^2\beta^4 + \beta^6}{4\alpha} e^{-2\alpha T} \\
& + \frac{-\alpha^9 + 6\alpha^5\beta^4 + 8\alpha^3\beta^6 + 3\alpha\beta^8}{4(\alpha^2 + \beta^2)^2} + \frac{\alpha^6 + \alpha^4\beta^2 - \alpha^2\beta^4 - \beta^6}{4\alpha} \} \\
q_{14} = & \frac{1}{\beta^2(\alpha^2 + \beta^2)^4} \left\{ \frac{2\alpha^7\beta + 6\alpha^5\beta^3 + 6\alpha^3\beta^5 + 2\alpha\beta^7}{(2\alpha)^2 + (2\beta)^2} \right. \\
& \cdot e^{-2\alpha T} \sin 2\beta T + \frac{\alpha^8 - 2\alpha^6\beta^2 + 2\alpha^2\beta^6 + \beta^8}{(2\alpha)^2 + (2\beta)^2} e^{-2\alpha T} \cos 2\beta T \\
& + \frac{\alpha^8\beta + 4\alpha^6\beta^3 + 6\alpha^4\beta^5 + 4\alpha^2\beta^7 + \beta^9}{\alpha^2 + \beta^2} T e^{-\alpha T} \sin \beta T \\
& + \frac{-\alpha^9\beta - 4\alpha^7\beta^3 - 6\alpha^5\beta^5 - 4\alpha^3\beta^7 - \alpha\beta^9}{(\alpha^2 + \beta^2)^2} e^{-\alpha T} \sin \beta T \\
& + \frac{\alpha^8\beta^2 + 4\alpha^6\beta^4 + 6\alpha^4\beta^6 + 4\alpha^2\beta^8 + \beta^{10}}{(\alpha^2 + \beta^2)^2} e^{-\alpha T} \cos \beta T \\
& + \frac{\alpha^7 - \alpha^5\beta^2 - 5\alpha^3\beta^4 - 3\alpha\beta^6}{4\alpha} e^{-2\alpha T} \\
& + \frac{\alpha^{10} - \alpha^8\beta^2 - 14\alpha^6\beta^4 - 26\alpha^4\beta^6 - 19\alpha^2\beta^8 - 5\beta^{10}}{4(\alpha^2 + \beta^2)^2} \\
& \left. + \frac{-\alpha^7 + \alpha^5\beta^2 + 5\alpha^3\beta^4 + 3\alpha\beta^6}{4\alpha} \right\} \\
q_{23} = & \frac{1}{\beta^2(\alpha^2 + \beta^2)^4} \left\{ \frac{2\alpha^7\beta + 6\alpha^5\beta^3 + 6\alpha^3\beta^5 + 2\alpha\beta^7}{(2\alpha)^2 + (2\beta)^2} \right. \\
& \cdot e^{-2\alpha T} \sin 2\beta T + \frac{-\alpha^8 - 2\alpha^6\beta^2 + 2\alpha^2\beta^6 + \beta^8}{(2\alpha)^2 + (2\beta)^2} e^{-2\alpha T} \cos 2\beta T \\
& + \frac{-\alpha^9\beta - 4\alpha^7\beta^3 - 6\alpha^5\beta^5 - 4\alpha^3\beta^7 - \alpha\beta^9}{(\alpha^2 + \beta^2)^2} e^{-\alpha T} \sin \beta T \\
& + \frac{-\alpha^8\beta^2 - 4\alpha^6\beta^4 - 6\alpha^4\beta^6 - 4\alpha^2\beta^8 - \beta^{10}}{(\alpha^2 + \beta^2)^2} e^{-\alpha T} \cos \beta T \\
& + \frac{\alpha^7 + 3\alpha^5\beta^2 + 3\alpha^3\beta^4 + \alpha\beta^6}{4\alpha} e^{-2\alpha T} \\
& + \frac{\alpha^{10} + 7\alpha^8\beta^2 + 18\alpha^6\beta^4 + 22\alpha^4\beta^6 + 13\alpha^2\beta^8 + 3\beta^{10}}{4(\alpha^2 + \beta^2)^2} \\
& \left. + \frac{-\alpha^7 - 3\alpha^5\beta^2 - 3\alpha^3\beta^4 - \alpha\beta^6}{4\alpha} \right\} \\
q_{24} = & \frac{1}{\beta^2(\alpha^2 + \beta^2)^4} \left\{ \frac{-\alpha^8\beta - 4\alpha^6\beta^3 - 6\alpha^4\beta^5 - 4\alpha^2\beta^7 - \beta^9}{(2\alpha)^2 + (2\beta)^2} \right. \\
& \cdot e^{-2\alpha T} \sin 2\beta T + \frac{-\alpha^8 - 2\alpha^6\beta^2 + 2\alpha^2\beta^6 + \beta^8}{4\alpha} e^{-2\alpha T} \cos 2\beta T \\
& + \frac{\alpha^9 + 4\alpha^7\beta^2 + 6\alpha^5\beta^4 + 4\alpha^3\beta^6 + \alpha\beta^8}{(2\alpha)^2 + (2\beta)^2} e^{-2\alpha T} \cos 2\beta T \\
& + \frac{\alpha^{10}\beta - 7\alpha^8\beta^3 + 14\alpha^6\beta^5 + 10\alpha^4\beta^7 + 17\alpha^2\beta^9 - 3\beta^{11}}{(\alpha^2 + \beta^2)^2}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + e^{-\alpha T} \sin \beta T + \frac{\alpha^8 + 2\alpha^6\beta^2 - 2\alpha^2\beta^6 - \beta^8}{4\alpha} \\
& + \frac{-\alpha^{11} - 5\alpha^9\beta^2 - 10\alpha^7\beta^4 - 10\alpha^5\beta^6 - 5\alpha^3\beta^8 - \alpha\beta^{10}}{4(\alpha^2 + \beta^2)^2} \} \quad (22) \\
q_{34} = & \frac{1}{\beta^2(\alpha^2 + \beta^2)^4} \left\{ \frac{-\alpha^{10} - 5\alpha^8\beta^2 - 10\alpha^6\beta^4 - 10\alpha^4\beta^6 - 5\alpha^2\beta^8 - \beta^{10}}{(2\alpha)^2 + (2\beta)^2} \right. \\
& \cdot e^{-2\alpha T} \cos 2\beta T + \frac{\alpha^9 + 4\alpha^7\beta^2 + 6\alpha^5\beta^4 + 4\alpha^3\beta^6 + \alpha\beta^8}{4\alpha} e^{-2\alpha T} \\
& + \frac{\alpha^{12} + 6\alpha^{10}\beta^2 + 15\alpha^8\beta^4 + 20\alpha^6\beta^6 + 15\alpha^4\beta^8 + 6\alpha^2\beta^{10} + \beta^{12}}{4(\alpha^2 + \beta^2)^2} \\
& \left. + \frac{-\alpha^9 - 4\alpha^7\beta^2 - 6\alpha^5\beta^4 - 4\alpha^3\beta^6 - \alpha\beta^8}{4\alpha} \right\} \quad (23) \\
q_{44} = & \frac{1}{\beta^2(\alpha^2 + \beta^2)^4} \left\{ \frac{\alpha^{10}\beta + 5\alpha^8\beta^3 + 10\alpha^6\beta^5 + 10\alpha^4\beta^7 + 5\alpha^2\beta^9 + \beta^{11}}{(2\alpha)^2 + (2\beta)^2} \right. \\
& \cdot e^{-2\alpha T} \sin 2\beta T \\
& + \frac{\alpha^{11} + 5\alpha^9\beta^2 + 10\alpha^7\beta^4 + 10\alpha^5\beta^6 + 5\alpha^3\beta^8 + \alpha\beta^{10}}{(2\alpha)^2 + (2\beta)^2} \\
& \cdot e^{-2\alpha T} \cos 2\beta T + \frac{\alpha^{10} + 5\alpha^8\beta^2 + 10\alpha^6\beta^4 + 10\alpha^4\beta^6 + 5\alpha^2\beta^8 + \beta^{10}}{4\alpha} \\
& + \frac{-\alpha^{10} - 5\alpha^8\beta^2 - 10\alpha^6\beta^4 - 10\alpha^4\beta^6 - 5\alpha^2\beta^8 - \beta^{10}}{4\alpha} e^{-2\alpha T} \\
& \left. + \frac{-\alpha^{13} - 6\alpha^{11}\beta^2 - 15\alpha^9\beta^4 - 20\alpha^7\beta^6 - 15\alpha^5\beta^8 - 6\alpha^3\beta^{10} - \alpha\beta^{12}}{4(\alpha^2 + \beta^2)^2} \right\} \quad (24)
\end{aligned}$$

### 3 DO 模型分析

跟踪算法由机动模型与滤波算法构成, DO 假设目标机动为周期性 with 衰减性的统一, 但两个假设之间是否存在关联影响, 在此结合滤波算法推导 DO 模型的系统稳态误差, 分析 DO 模型的适应性.

#### 3.1 DO 模型的 Kalman 动态误差推导

假定连续时间的量测方程为:

$$\mathbf{Z}(t) = \mathbf{H}(t)\mathbf{X}(t) + \mathbf{V}(t) \quad (25)$$

其中  $\mathbf{Z}(t)$  为量测向量,  $\mathbf{H}(t)$  为量测矩阵,  $\mathbf{V}(t)$  是零均值高斯量测噪声, 其协方差为  $\mathbf{R}(t)$ , 即  $E[\mathbf{V}(t)\mathbf{V}(t)^T] = \mathbf{R}(t)$ .

根据卡尔曼滤波算法得到目标的状态估计为:

$$\begin{aligned}
\hat{\mathbf{X}}(t) &= \mathbf{A}\hat{\mathbf{X}}(t) + \mathbf{K}(t)[\mathbf{Z}(t) - \hat{\mathbf{Z}}(t)] \\
&= [\mathbf{A} - \mathbf{K}(t)\mathbf{H}(t)]\hat{\mathbf{X}}(t) + \mathbf{K}(t)\mathbf{Z}(t) \quad (26)
\end{aligned}$$

其中  $\mathbf{K}(t)$  为卡尔曼增益矩阵, 式(26)的拉普拉斯变换为(假设初始条件为零):

$$\begin{aligned}
s\hat{\mathbf{X}}(s) &= (\mathbf{A} - \mathbf{K}\mathbf{H})\hat{\mathbf{X}}(s) + \mathbf{K}\mathbf{H}\mathbf{Z}(s) \\
\Rightarrow \hat{\mathbf{X}}(s) &= (s\mathbf{I} - \mathbf{A} + \mathbf{K}\mathbf{H})^{-1}\mathbf{K}\mathbf{H}\mathbf{Z}(s) \\
&= (s\mathbf{I} - \mathbf{A} + \mathbf{K}\mathbf{H})^{-1}\mathbf{K}\mathbf{H}\mathbf{X}(s) \\
&\quad + (s\mathbf{I} - \mathbf{A} + \mathbf{K}\mathbf{H})^{-1}\mathbf{K}\mathbf{H}\mathbf{L}[\mathbf{V}(t)] \quad (27)
\end{aligned}$$

其中  $\mathbf{I}$  为单位矩阵,  $L(\cdot)$  为拉普拉斯变换函数. 则  $s$  域的系统误差为:

$$\begin{aligned}
\tilde{\mathbf{X}}(s) &= \mathbf{X}(s) - \hat{\mathbf{X}}(s) \\
&= [\mathbf{I} - (s\mathbf{I} - \mathbf{A} + \mathbf{K}\mathbf{H})^{-1}\mathbf{K}\mathbf{H}]\mathbf{X}(s) \\
&\quad + (s\mathbf{I} - \mathbf{A} + \mathbf{K}\mathbf{H})^{-1}\mathbf{K}\mathbf{H}\mathbf{L}[\mathbf{V}(t)] \quad (28)
\end{aligned}$$

式(28)中  $\tilde{\mathbf{X}}_d(s)$  为滤波动态误差,  $\tilde{\mathbf{X}}_r(s)$  为系统随机误差, 其中随机误差受量测噪声影响无法调控, 因此只分析 DO 模型对系统动态误差的影响. 将  $\mathbf{A}$ 、 $\mathbf{H}$  代入动态误差  $\tilde{\mathbf{X}}_d(s)$  中, 当滤波器到达稳态时, 增益近似恒定常数, 则  $\mathbf{K}\mathbf{H} = \begin{bmatrix} k_1 & k_2 & k_3 & k_4 \\ \mathbf{0}_{3 \times 4} \end{bmatrix}^T$ , 其中  $k_1, k_2, k_3, k_4$  分别为位置、速度、加速度、加加速度的稳态增益.

$$\begin{aligned}
\det(s\mathbf{I} - \mathbf{A} + \mathbf{K}\mathbf{H}) &= s^4 + (2\alpha + k_1)s^3 + (\alpha^2 + \beta^2 + 2k_1\alpha + k_2)s^2 \\
&\quad + (k_1\alpha^2 + k_1\beta^2 + 2k_2\alpha + k_3)s + k_2\alpha^2 + k_2\beta^2 + 2k_3\alpha + k_4 \quad (29)
\end{aligned}$$

$$(s\mathbf{I} - \mathbf{A} + \mathbf{K}\mathbf{H})^{-1} = \frac{\mathbf{M}}{\det(s\mathbf{I} - \mathbf{A} + \mathbf{K}\mathbf{H})} \quad (30)$$

其中

$$\begin{aligned}
M_{11} &= s^3 + 2\alpha s^2 + (\alpha^2 + \beta^2)s, \\
M_{12} &= s^2 + 2\alpha s + (\alpha^2 + \beta^2), \\
M_{13} &= s + 2\alpha, \\
M_{14} &= 1, \\
M_{21} &= -k_2 s^2 - (k_3 + 2\alpha k_2)s - (k_2\alpha^2 + 2\alpha k_3 + k_2\beta^2 + k_4), \\
M_{22} &= s^3 + (2\alpha + k_1)s^2 + (\alpha^2 + 2k_1\alpha + \beta^2)s + k_1(\alpha^2 + \beta^2), \\
M_{23} &= s^2 + (2\alpha + k_1)s + 2\alpha k_1, \\
M_{24} &= k_1 + s, \\
M_{31} &= -k_3 s^2 - (2\alpha k_3 + k_4)s, \\
M_{32} &= -k_3 s - 2\alpha k_3 - k_4, \\
M_{33} &= s^3 + (2\alpha + k_1)s^2 + (2\alpha k_1 + k_2)s + 2\alpha k_2, \\
M_{34} &= s^2 + k_1 s + k_2, \\
M_{41} &= -k_4 s^2 + k_3(\alpha^2 + \beta^2)s, \\
M_{42} &= -k_4 s + k_3(\alpha^2 + \beta^2), \\
M_{43} &= -(\alpha^2 + \beta^2)s^2 - k_1(\alpha^2 + \beta^2)s - k_2(\alpha^2 + \beta^2) - k_4, \\
M_{44} &= s^3 + k_1 s^2 + k_2 s + k_3 \quad (31)
\end{aligned}$$

令  $M_s = \det(s\mathbf{I} - \mathbf{A} + \mathbf{K}\mathbf{H})$ , 则式(27)状态估计可改写为:

$$\hat{x}_d(s) = [k_1 s^3 + (2k_1\alpha + k_2)s^2 + (k_1\alpha^2 + k_1\beta^2 + 2k_2\alpha + k_3)s + k_2\alpha^2 + k_2\beta^2 + 2k_3\alpha + k_4]x(s)/M_s \quad (32)$$

$$\hat{\dot{x}}_d(s) = [k_2 s^3 + (2k_2\alpha + k_3)s^2 + (k_2\alpha^2 + k_2\beta^2 + 2k_3\alpha + k_4)s] \dot{x}(s)/(M_s s) \quad (33)$$

$$\hat{\ddot{x}}_d(s) = [k_3 s^3 + (k_4 + 2k_3\alpha)s^2] \ddot{x}(s)/(M_s s^2) \quad (34)$$

$$\hat{\ddot{x}}_d(s) = [k_4 s^3 - k_3(\alpha^2 + \beta^2)s^2] \ddot{x}(s) / (M_s s^3) \quad (35)$$

则系统的动态误差为:

$$\tilde{x}_d(s) = [s^4 + 2\alpha s^3 + (\alpha^2 + \beta^2)s^2] x(s) / M_s \quad (36)$$

$$\tilde{\dot{x}}_d(s) = [s^4 + (2\alpha + k_1)s^3 + (\alpha^2 + \beta^2 + 2k_1\alpha)s^2 + (k_1\alpha^2 + k_1\beta^2)s] \dot{x}(s) / M_s \quad (37)$$

$$\tilde{\ddot{x}}_d(s) = [s^4 + (2\alpha + k_1)s^3 + (\alpha^2 + \beta^2 + 2k_1\alpha + k_2)s^2 + (k_1\alpha^2 + k_1\beta^2 + 2k_2\alpha)s + k_2\alpha^2 + k_2\beta^2] \ddot{x}(s) / M_s \quad (38)$$

$$\begin{aligned} \tilde{\ddot{x}}_d(s) = & \{s[s^4 + (2\alpha + k_1)s^3 + (\alpha^2 + \beta^2 + 2k_1\alpha + k_2)s^2 \\ & + (k_1\alpha^2 + k_1\beta^2 + 2k_2\alpha + k_3)s + k_2\alpha^2 \\ & + k_2\beta^2 + 2k_3\alpha] + k_3(\alpha^2 + \beta^2)\} \ddot{x}(s) / (M_s s) \quad (39) \end{aligned}$$

DO 为二阶时间相关模型,模型实际的噪声输入分为加速度及加加速度两项,其中加加速度输入为加速度输入的一阶导数,设加速度输入为阶跃函数,加加速度输入为冲击函数,则有: $\ddot{x}(s) = 1, \ddot{\dot{x}}(s) = \frac{1}{s}, \dot{x}(s) = \frac{1}{s^2}, x(s) = \frac{1}{s^3}$ . 将代入式(36)~(39)可得 DO 模型在卡尔曼滤波中系统动态误差的稳态为:

$$\tilde{x}_d(t) |_{t \rightarrow \infty} = \frac{\alpha^2 + \beta^2}{k_2\alpha^2 + k_2\beta^2 + 2k_3\alpha + k_4} \quad (40)$$

$$\tilde{\dot{x}}_d(t) |_{t \rightarrow \infty} = \frac{k_1\alpha^2 + k_1\beta^2}{k_2\alpha^2 + k_2\beta^2 + 2k_3\alpha + k_4} \quad (41)$$

$$\tilde{\ddot{x}}_d(t) |_{t \rightarrow \infty} = \frac{k_2\alpha^2 + k_2\beta^2}{k_2\alpha^2 + k_2\beta^2 + 2k_3\alpha + k_4} \quad (42)$$

$$\tilde{\ddot{x}}_d(t) |_{t \rightarrow \infty} = \frac{k_3(\alpha^2 + \beta^2)}{k_2\alpha^2 + k_2\beta^2 + 2k_3\alpha + k_4} \quad (43)$$

从理论上讲,当且仅当  $\alpha, \beta$  为零时 DO 模型的动态误差稳态值才能为零,虽然可以参考 CS 模型中引入均值令动态误差稳态恒等于零,但在滤波过程中的引入是前一时刻的数值补偿,没有从本质上改变模型的机动适应性,系统矩阵  $A$  是影响模型适应性的关键因素.

### 3.2 DO 模型参数适应性分析

通过观察式(40)~(43),可假设目标状态的系统动态误差稳态值通式为:

$$\Delta_d(t) = \frac{p(\alpha^2 + \beta^2)}{k_2(\alpha^2 + \beta^2) + 2k_3\alpha + k_4} \quad (44)$$

由文献[11]卡尔曼滤波稳态增益推导,可假设同一维的状态增益恒大于零  $p > 0$ ,则  $\Delta_d(t)$  随  $\alpha, \beta$  的分布如图 2 所示:

如图 2 所示系统动态误差稳态值  $\Delta_d(t)$  整体随  $\alpha, \beta$  增加而上升,其中  $\Delta_d(t)$  对  $\alpha$  的敏感度远高于对  $\beta$  的敏感度,图中左边曲面的上升是由于  $k_4$  远小于  $\beta$ ,当  $k_4$  取值足够小时将出现断崖式上升,但滤波过程中总是存在偏差需要修正,  $k_4$  取值不可能无限趋近于 0.

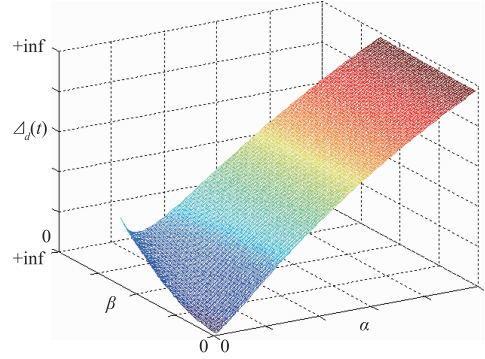


图2 系统动态误差稳态值分布

因此,可以通过模型参数的合理取值限制其动态误差稳态值.

DO 模型参数有振荡频率  $\beta$  及最大相关衰减量  $\alpha$ ,根据文献[8~10]可为  $\beta$  取值提供一定的参考,NSHV 目标速度较快,转弯半径大,完成一次周期性跳跃巡航时间较长;另一方面,令时间差为巡航周期  $\tau = \Delta T_c$ ,由式(1)可得:

$$\alpha = -\frac{\ln[R_\alpha(\Delta T_c)/\sigma_a^2]}{\Delta T_c} = -\frac{\beta \ln[R_\alpha(\Delta T_c)/\sigma_a^2]}{2\pi} \quad (45)$$

式(45)中  $R_\alpha(\Delta T_c)/\sigma_a^2 \in [0, 1]$ ,上式具有很好的物理含义,当  $\beta$  确定时,若  $R_\alpha(\Delta T_c)$  越大,可知  $\alpha$  越小,加速度周期性越强,衰减性相对较弱;反之同理,若  $R_\alpha(\Delta T_c)$  越小,可知  $\alpha$  越大,加速度周期性越弱,衰减性较强.

NSHV 目标相邻周期具有较强的相关性,一般认为相关系数大于 0.5 时有较强的相关性,  $R_\alpha(\Delta T_c)/\sigma_a^2$  取值参考区间为  $[0.5, 0.95]$ ,可得  $\alpha$  取值范围  $[\frac{0.01\beta}{2\pi}, \frac{0.7\beta}{2\pi}]$ .

## 4 仿真分析

根据 2013 年 X-51 飞行试验,在垂直平面内建立 NSHV 跳跃巡航弹道用于验证各机动模型跟踪性能.

### 4.1 周期巡航跟踪仿真

周期巡航跟踪仿真主要分为两部分,一是验证 DO 模型跟踪周期巡航 NSHV 的优越性;二是分析模型参数对跟踪误差及动态误差稳态值的影响.

#### 4.1.1 仿真实验 1

假定目标巡航时间 300s,巡航周期为  $\Delta T_c = 100s$ ,其初始位置与雷达地面距离 300km,高度 21km,最大巡航速度 5.2Ma,目标周期巡航轨迹如图 3 所示.假定雷达能全程掌握目标,雷达采样时间 0.1s,量测距离误差  $\sigma_r = 100m$ ,仰角误差  $\sigma_\theta = 0.2^\circ$ .选用常规模型 Singer、CS、Jerk、SCT 以及周期建模的 SW、CS-SW<sup>[10]</sup>与 DO 模型进行仿真比较,其中机动时间常数为 20,加速度方差  $\sigma_a^2$

$= 10^2$ , 加加速度方差  $\sigma_a^2 = 1^2$ , 角速度方差  $\sigma_w^2 = 50$ , CS 中最大加速度  $a_{\max} = 10g$ , 机动振荡频率为  $\beta = 0.06\text{rad/s}$ , 最大相关衰减量  $\alpha = 1/300$  ( $\alpha$  区间中点  $\frac{0.35\beta}{2\pi}$ ), 蒙特卡罗次数 100.

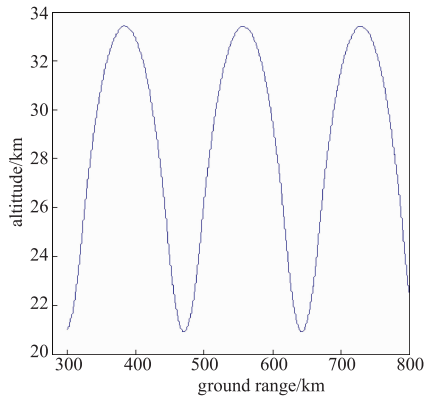
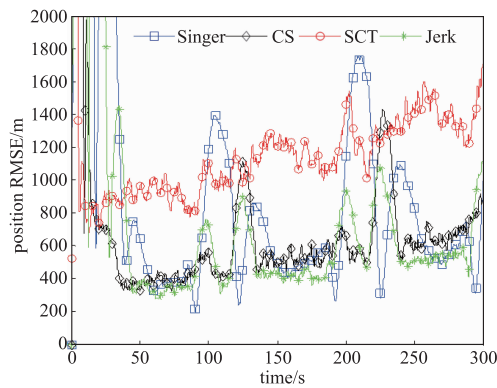
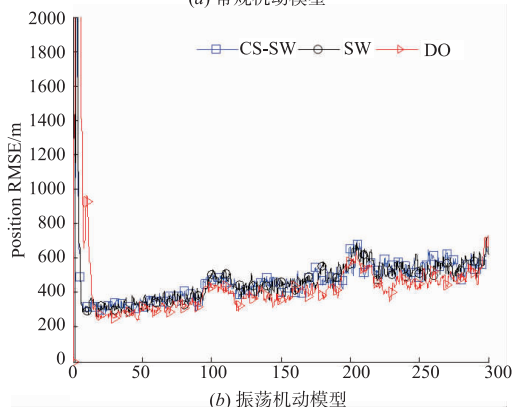


图3 NSHV目标周期巡航弹道



(a) 常规机动模型

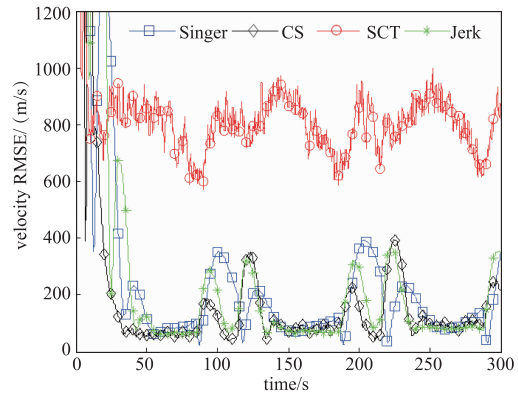


(b) 振荡机动模型

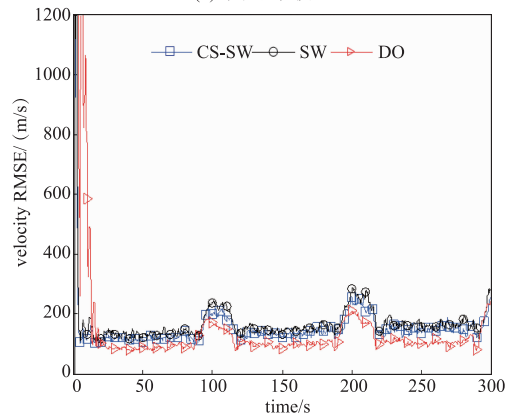
图4 位置误差均方根比较

#### 4.1.1.1 常规机动模型跟踪结果分析

在位置误差方面,如图4(a)所示,SCT通过角速度变化描述目标运动特性,受到CT模型限制,跟踪NSHV目标时滤波误差较大且起伏严重;Singer、CS、Jerk滤波误差随目标机动而出现较大幅度的波动,特别是突发机动点位置,如在100s、140s、200s、240s时



(a) 常规机动模型



(b) 振荡机动模型

图5 速度误差均方根比较

刻其加速度变化较大,该点误差值上升明显,特别是Singer模型,适合描述匀速到匀加速之间的运动,在强机动时误差急剧增大.在速度误差方面,如图5(a)所示,SCT滤波误差整体水平高;目标在无动力滑翔段加速度变化较小,常规机动模型Singer、CS以及Jerk具有较高的跟踪精度,与CS-SW、SW、DO模型滤波精度相当,甚至略优,但在动力拉升阶段,振荡机动模型较优.

#### 4.1.1.2 振荡机动模型跟踪结果分析

在位置误差方面,如图4(b)所示,振荡机动模型能较为精确的描述具有类周期性的目标运动,相比于常规机动模型Singer、CS、Jerk以及SCT误差水平小,整体误差曲线较为稳定.在强机动时能有效抑制误差升高,只在机动突变位置误差升高,但能较快的收敛,在无动力滑翔的跳跃点位置无特别明显的误差升高,振荡机动模型中DO误差最小,CS-SW次之,SW最高.在速度误差方面,如图5(b)所示,振荡机动模型的速度误差收敛速度快,整体水平较为平稳,其中DO模型通过相关衰减能更好描述周期性的加速度变化,精度略优于CS-SW及SW.为更好比较各模型的跟踪性能,计算所有模型的位置及速度误差统计平均如表1所示(本文约定从误差收敛时开始统计平均).

表 1 目标周期巡航时位置与速度误差统计平均

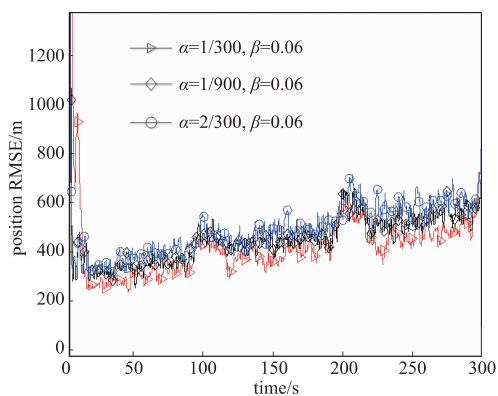
| type           | a 改变      |           | β 改变     |          | 参数<br>不变 |
|----------------|-----------|-----------|----------|----------|----------|
|                | a = 1/900 | a = 2/300 | β = 0.04 | β = 0.08 |          |
| position error | 461       | 477       | 432      | 447      | 409      |
| velocity error | 141       | 146       | 121      | 133      | 113      |

#### 4.1.2 仿真实验 2

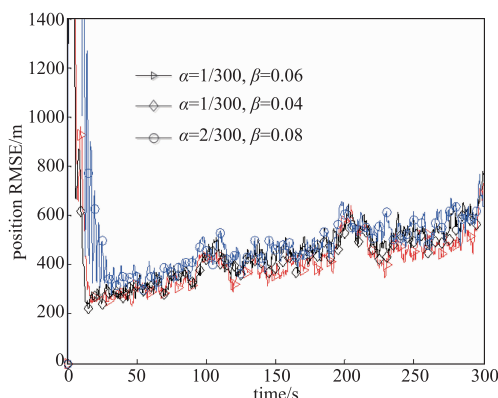
为分析参数对 DO 模型跟踪误差及系统动态误差稳态值的影响,以仿真实验 1 中 DO 模型设置的参数为参考,分别在固定一个参数的条件下对另一参数增加或减少 1/3,仿真结果如下.由于篇幅限制仅给出位置分量的比较结果.

##### 4.1.2.1 参数对跟踪误差的影响分析

如图 6(a)所示,当  $\alpha$  改变 1/3 时,跟踪误差的整体水平上升,当  $\alpha$  减小时,模型衰减性强度减弱,周期性增强,在无动力与有动力转换点误差变化增大;当  $\alpha$  增大时,模型衰减性增强,周期性减弱,突发机动时误差波动减小,误差曲线更加平滑.如图 6(b),相比于  $\alpha$  改变当  $\beta$  改变相同量度时,跟踪误差上升的量度较小,特别是在突发机动的位置,误差的包络与参数未改变时非常接近,这也从侧面说明了模型对  $\alpha$  的敏感度更高.其位置及速度误差统计平均如表 2 所示.



(a) 不同最大相关衰减量的滤波结果



(b) 不同振荡频率的滤波结果

图 6 不同参数的位置误差均方根

表 2 不同参数的位置与速度误差统计平均

| type           | a 改变      |           | β 改变     |          | 参数<br>不变 |
|----------------|-----------|-----------|----------|----------|----------|
|                | a = 1/900 | a = 2/300 | β = 0.04 | β = 0.08 |          |
| position error | 461       | 477       | 432      | 447      | 409      |
| velocity error | 141       | 146       | 121      | 133      | 113      |

##### 4.1.2.2 参数对系统动态误差稳态值的影响分析

参数对系统动态误差稳态值的影响分析共分为三个部分,一是动态误差稳态值的物理含义分析;二是动态误差稳态值稳定的原因分析;三是 DO 模型参数设计合理性分析.

(1) 动态误差稳态值的物理含义分析.系统动态误差稳态值不等于跟踪精度、滤波误差等衡量具体跟踪算法性能的指标,根据式(44)动态误差稳态值的通式可知,动态误差稳态值没有明确的量度及量纲.系统动态误差稳态值可以理解为在卡尔曼滤波条件下模型与真实运动趋近程度的极限,并忽略随机误差的存在,因此,动态误差稳态值不能作为衡量算法性能的指标,如 CS 模型通过均值补偿其动态误差稳态值恒为零,但不代表其跟踪精度最高,本文将作为模型参数合理设计的一个参考,同样的,这一参考只能大致判别出参数设计的优劣,若误差稳态值相差较小时,无法获知其跟踪精度的优劣.

(2) 动态误差稳态值稳定的原因分析.动态误差稳态值描述模型与真实运动模式近似程度,从跟踪起始经过一段时间收敛于定值,此时,模型认为已经稳定的描述真实运动模式,当出现机动时,模型不能觉察出真实运动模式的变化,将残差的上升其归结于随机误差的增大,进而通过协方差做一定程度的误差修正,这就是突发机动时动态误差稳态值保持不变而跟踪误差上升的原因,在某种意义上这一特点保证了跟踪算法的鲁棒性.若要改变动态误差稳态值,则需要打破当前的稳态,主要有两种方式:①是突发机动导致的误差较大,足以让模型分辨出真实运动模式的变化并重新波动近似;②是通过调整参数直接改变模型的结构.

(3) DO 模型参数设计合理性分析.对比图 7 中五种不同参数设定的动态误差稳态值,可得:①改变  $\alpha$  后动态误差稳态值的变化量大于改变  $\beta$  后的,若动态误差稳态值在  $\alpha$  及  $\beta$  维度上的梯度均匀,可验证动态误差稳态值对  $\alpha$  敏感度高于对  $\beta$  的敏感度;② $\alpha$  增加与减少 1/3 的动态误差稳态值相近, $\beta$  也存在这一情况,若模型在两个参数上的呈梯度均匀变化,则两个改变了的参数中心位置接近最优值参数设定,因此,当  $\beta = 0.06$  时, $\alpha = 1/300$  位于最优值附近,这也是仿真实验 1 中 DO 模型参数设定的依据.

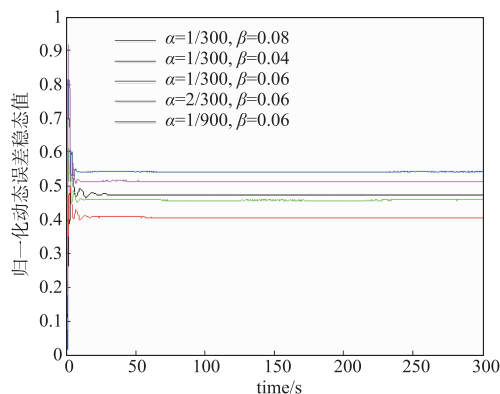


图7 不同参数的系统动态误差稳态值

## 4.2 非周期巡航跟踪仿真

假定目标巡航时间 450s, 初始时刻距雷达 200km, 高度 11km, 最大巡航速度 7.5Ma, 其轨迹如图 8 所示. 机动振荡频率  $\beta = 0.05 \text{ rad/s}$ , 其余参数设定与仿真 1 一致, 滤波结果如图 9 所示.

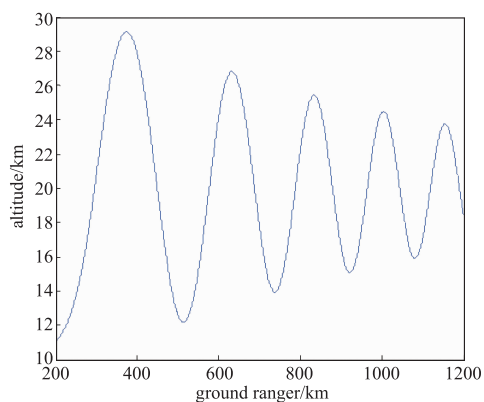


图8 NSHV目标非周期巡航弹道

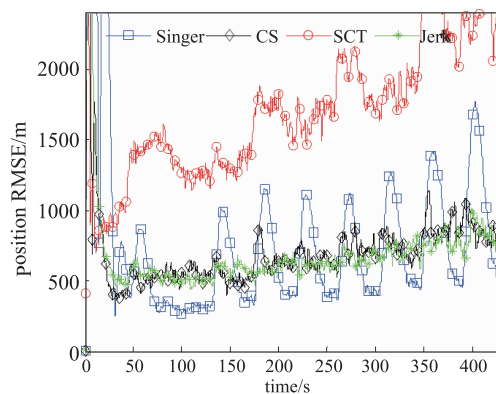
### 4.2.1 常规机动模型跟踪结果分析

如图 9(a) 所示, SCT 滤波效果差, 有发散的趋势; Singer 滤波误差极不稳定, 目标强机动时误差起伏很大, 但目标弱机动时滤波的精度很高; CS 滤波误差曲线较为稳定, 但依然在跳跃点位置有误差尖峰; Jerk 滤波误差曲线较为稳定, 在常规机动模型中效果最佳.

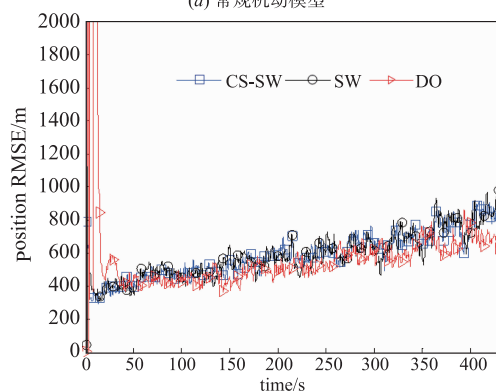
### 4.2.2 振荡机动模型跟踪结果分析

如图 9(b) 所示, CS-SW、SW 及 DO 滤波误差整体水平较为接近, 没有明显的误差尖峰, 由于 NSHV 周期不恒定, 并且  $\beta$  设定与真实频率存在差异, 导致误差存在波动, 并随着时间推移, 波动幅度增大, 这也是误差没有在跳跃点明显增加的原因之一. 总体而言, 振荡机动模型性能优于常规机动模型的, DO 效果最好. 误差统计平均如表 3 所示.

综合上述仿真结果可知, 常规机动模型方面, SCT 建立在匀速转弯 CT 基础之上, 难以准确描述 NSHV 加速度变化特别是在跳跃点位置, 跟踪精度较低; Singer



(a) 常规机动模型



(b) 振荡机动模型

图9 位置误差均方根比较

认为目标机动相关性呈指数衰减, 描述弱机动时精度较高, 跟踪 NSHV 时由于跳跃点的机动强度较大, 导致滤波误差起伏较大; CS 模型能更加准确的描述当前加速度变化, 但依然存在 Singer 的局限性; Jerk 在 Singer 基础上增加一个维度, 使用加速度微动描述目标机动, 机动强度较大时效果略优于 Singer 及 CS. 振荡机动模型方面, SW、CS-SW 及 DO 认为加速度为周期相关, 能较为准确描述跳跃式滑翔 NSHV 目标运动特性. 其中 SW 与 DO 区别在于: SW 假设加速度相关为余弦函数, 加速度完全服从周期相关; DO 认为加速度相关既具备周期性又具备衰减性, 短时间内体现周期性, 长时间内相关性呈指数衰减, 更加符合 NSHV 机动特性, 其跟踪精度略优于 SW 及 CS-SW.

表3 目标非周期巡航时位置与速度误差统计平均

| type           | Singer | CS  | SCT  | Jerk | CS-SW | SW  | DO  |
|----------------|--------|-----|------|------|-------|-----|-----|
| Position error | 979    | 668 | 1738 | 639  | 572   | 599 | 539 |
| Velocity error | 308    | 294 | 1079 | 326  | 290   | 333 | 260 |

## 5 结论

针对跳跃式滑翔 NSHV 目标跟踪为题, 本文提出了一种新型衰减振荡跟踪模型, 构建了跟踪状态方程并分析了模型适应性. 最后, 对现有的几类主流机动模型

进行了仿真对比,其结果表明 DO 模型跟踪跳跃式滑翔 NSHV 目标时,跟踪精度优于 SCT 模型、Singer 模型、CS 模型、Jerk 模型、SW 模型以及 CS-SW 模型。

#### 参考文献

- [1] Boudreau A. Status of the air force HyTech program [A]. 12th AIAA International Space Planes and Hypersonic Systems and Technologies [C]. Norfolk, Virginia: AIAA, 2013. 15 - 19.
- [2] 张宏欣,周穗花,冯士民. 渐进扩展卡尔曼滤波器[J]. 电子学报,2017,45(1):213 - 219.  
ZHANG Hong-xin, ZHOU Sui-hua, FENG Shi-min. Progressive extended Kalman filter [J]. Acta Electronica Sinica, 2017, 45(1): 213 - 219. (in Chinese)
- [3] Cardillo G P, Mrstik A V, Plambeck T. A track filter for re-entry objects with uncertain drag [J]. IEEE Transactions on Aerospace & Electronic Systems, 1999, 35(2): 394 - 409.
- [4] 李凡,熊家军,毕红葵,兰旭辉. GPU 加速的高超声速目标双通道 IMM 跟踪算法[J]. 华中科技大学学报(自然科学版),2017,45(9):11 - 18.  
LI Fan, XIONG Jia-jun, BI Hong-kui, LAN Xu-hui. Dual-channel IMM tracking algorithm for hypersonic target with GPU acceleration [J]. J Huazhong Univ of Sci & Tec (Nature Science Edition), 2017, 45(9): 11 - 18.
- [5] Li X R, Jilkov V P. Survey of maneuvering target tracking. Part I. dynamic models [J]. IEEE Transactions on Aerospace & Electronic Systems, 2004, 39(4): 1333 - 1364.
- [6] Li X R, Jilkov V P. A survey of maneuvering target tracking Part V: Multiple-model methods [J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 2005, 41(4): 1255 - 1321.
- [7] 肖松,谭贤四,李志淮,王红. 基于 SCT-IMM 的临近空间高超声速目标跟踪模型[J]. 现代雷达,2013,35(4):15 - 19.  
XIAO Song, TAN Xian-si, LI Zhi-huai, WANG Hong. Tracking model based on the SCT-IMM near space hypersonic target [J]. Modern Radar, 2013, 35(4): 15 - 19.
- [8] 王国宏,李俊杰,张翔宇,吴巍. 临近空间高超声速跳跃式机动目标的跟踪模型[J]. 航空学报,2015,36(7):2400 - 2410.  
WANG Guo-hong, LI Jun-jie, ZHANG Xiang-yu, WU Wei. A tracking model for near space hypersonic slippage leap maneuvering target [J]. Acta Aeronautica et Astronautica Sinica, 2015, 36(7): 2400 - 2410.
- [9] Lu Z, Cai Y, He J, et al. A tracking algorithm for near-space hypersonic vehicles based on aerodynamic acceleration model [A]. 31st Youth Academic Conference of Chinese Association of Automation [C]. Chain, Wuhan: IEEE, 2016. 381 - 388.

- [10] 聂晓华,张夫鸣,徐一鸣. NSHV 机动目标跟踪的自适应模型算法[J]. 系统工程与电子技术,2016,38(3):206 - 601.  
NIE Xiao-hua, ZHANG Fu-ming, XU Yi-ming. Adaptive model algorithm for maneuvering target tracking of NSHV [J]. Systems Engineering and Electronics, 2016, 38(3): 206 - 601. (in Chinese)
- [11] Ramachandra K V, Srinivasan V S. Steady-state results for the X Y Z Kalman filter [J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 1977, 13(4): 419 - 423.

#### 作者简介



**李 凡** 男,1992 年生于湖南凤凰. 现为空军预警学院在读博士研究生. 研究方向为预警情报分析、机动目标跟踪.  
E-mail: 1746338543@qq.com



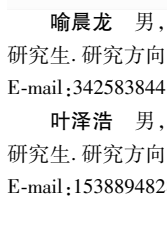
**熊家军** 男,1961 年生于湖北天门. 现为空军预警学院教授、博士生导师. 研究方向为预警情报分析、数据融合.  
E-mail: jiajunxiong@yahoo.com.cn



**李冰洋** 男,1998 年生于辽宁凌海. 现为武汉船舶职业技术学院机械工程学院学生. 研究方向为自动控制理论.  
E-mail: 2517171140@qq.com



**兰旭辉** 男,1976 年生于四川蓬安. 现为空军预警学院副教授、研究生导师. 研究方向为数据挖掘、数据融合.  
E-mail: 4517665@qq.com



**喻晨龙** 男,1989 年生于湖北应城. 现为空军预警学院在读博士研究生. 研究方向为临近空间高超声速目标预警探测体系构建.  
E-mail: 342583844@qq.com

**叶泽浩** 男,1991 年生于浙江慈溪. 现为空军预警学院在读硕士研究生. 研究方向为临近空间高超声速目标航迹规划、航迹预测.  
E-mail: 1538894828@qq.com